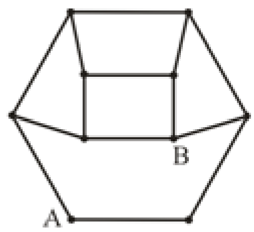
Вариант 4

1. Лыжник спускается с вершины горы к её подножию за 8 минут, а сноубордист – за 4 минуты. Спустившись, они тут же поднимаются вверх на подъёмнике, а затем сразу же спускаются вновь. В 12:00 они одновременно начали спуск с вершины. Впервые они встретились у подножия в 18:08. Определите время подъёма от подножия до вершины.

2. Решите уравнение $\left(x^2-x-9\right)\left(x^2+5x-3\right)=44.$

3. Найдите натуральное число *n*, ближайшее к 510, сумма всех делителей которого (включая 1 и само это число) равна 2*n*-1.

4. В пунктах A и B находится по автомобилю. Каждую минуту эти два автомобиля *одновременно* переезжают в какой-либо соседний пункт (пункты, соединённые отрезками, называют соседними). Докажите, что автомобили никогда не окажутся одновременно в одном пункте.



5. Найдите наименьшее отличное от полного квадрата натуральное число *N* такое, что десятичная запись числа $\sqrt{N}$ имеет вид: $A,99\ldots$, (то есть, после запятой идут сначала две девятки, а потом любые цифры). Здесь A – целая часть числа $\sqrt{N}$.

6. Запишем подряд все натуральные числа, кратные девяти:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, 108, …

У каждого из этих чисел подсчитаем сумму цифр. В результате, получим последовательность:

9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 9, 18, 9, …

Найдите сумму первых 500 членов этой последовательности.

7. В окружность вписан равносторонний треугольник *ABC*. Точка M лежит на стороне *AB*, при этом $AM:MB=1:3$. Точка *N* лежит на стороне *AC*, и $AN:NC=1:3$. Докажите, что для любой точки *K*, лежащей на окружности, величина угла *MKN* не превосходит 60^0.

8. Найдите три каких-нибудь натуральных числа *a*, *b*, *c*, удовлетворяющих равенству $a^{2016}+b^2=c^5$.